SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS – DIRPS
PROCESSO SELETIVO 2016-2

Gabarito Oficial Preliminar: MATEMÁTICA

Questão 1

Valor: 20 pontos.

Questão anulada

Gabarito Oficial Preliminar: MATEMÁTICA

Questão 2

A) Valor: 10 pontos.

Sabendo que o número total de jogadores é $1 + 5 + k + 3 = 9 + k$ e que a média das idades dos jogadores é 22, obtemos,

$$(1 \cdot 19 + 5 \cdot 21 + k \cdot 23 + 3 \cdot 24)/(9+k) = 22$$

$$196 + 23k = 198 + 22k$$

$$k = 2$$

Logo, o número total de jogadores é

$$9 + 2 = 11.$$

Então, o número de formas distintas de se estruturar comissões de dois jogadores é dada pela combinação de 11 elementos tomados 2 a 2, ou seja,

$$C_{11,2} = 11!/[2!(11-2)!] = (11\cdot10)/2 = 55.$$

B) Valor: 10 pontos.

No item (a), vimos que o número de formas distintas de se estruturar comissões de dois jogadores é 55. A probabilidade da média de idade dos dois jogadores da comissão ser superior a 22 anos, denotada por P, é dada pelo quociente:

P = (quantidade possíveis de pares de jogadores com média de idade superior a 22 anos) / 55.

Listemos as escolhas possíveis para os pares de jogadores:

Pares de idades possíveis com média superior a 22 anos	Quantidade de pares possíveis
21 e 24	$5 \cdot 3 = 15$
23 e 24	$2 \cdot 3 = 6$
23 e 23	1
24 e 24	$C_{3,2} = 3!/[2!(3-2)!] = (3\cdot2)/2 = 3$

Assim, existem $15 + 6 + 1 + 3 = 25$ possíveis pares de jogadores com média de idade superior a 22 anos. Portanto,

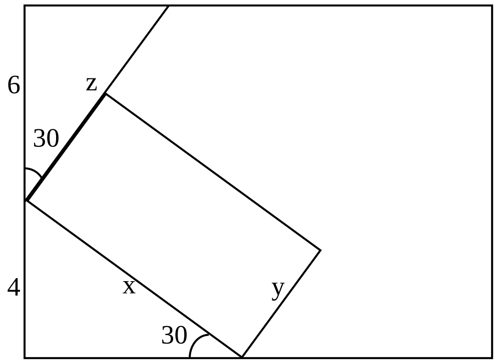
$$P = 25/55 = 5/11.$$

Gabarito Oficial Preliminar: MATEMÁTICA

Questão 3

A) Valor: 10 pontos.

Considere x, y e z como na figura:



$$sen(30^o) = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 8cm$$

Note que x = 8 deve ser o maior lado do retângulo R1 , pois:

$$\cos(\ 30^o) = \frac{6}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{z} \Rightarrow z = 4\sqrt{3} < 8$$

Como y < z e z < 8, então y é menor do que x = 8.

Pela semelhança entre os retângulos R_1 e R_2, obtemos:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{10} \Rightarrow \frac{8}{15} = \frac{y}{10} \Rightarrow y = \frac{16}{3}cm.$$

Assim, as dimensões da figura recortada são: $8cm$ e $\frac{16}{3}\,cm$.

B) Valor: 10 pontos.

Temos que:

Área de R_1: $A_1 = x.y = \frac{8.16}{3} = \frac{128}{3}cm^2$

Área de R_2: $A_2 = 15.10 = 150\ cm^2$

Logo, o percentual de aumento é:

$$\frac{A_2 - A_1}{A_1} = \frac{150 - \frac{128}{3}}{\frac{128}{3}} = \frac{322}{128} \approx 252\%$$

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS – DIRPS
PROCESSO SELETIVO 2016-2

Gabarito Oficial Preliminar: MATEMÁTICA

Questão 4

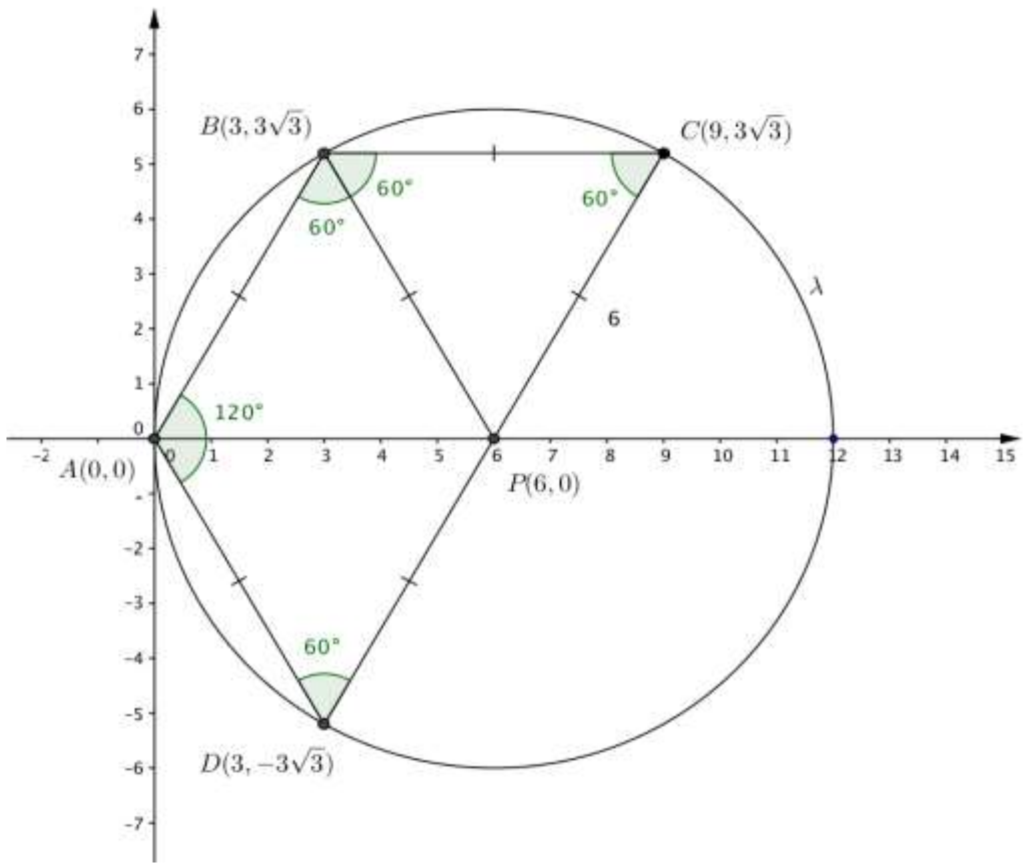
A) Valor: 8 pontos.

Como $C(9{,}3\sqrt{3})$ e $D(x_D, y_D)$ são pontos do círculo λ de centro $P(0{,}6)$, tais que *CD* é um diâmetro do círculo, então *P* é ponto médio do segmento *CD.* Logo,

$$\frac{x_D+9}{2} = 6, \text{ ou seja, } x_D = 3,$$

$$\frac{y_D+3\sqrt{3}}{2} = 0, \text{ ou seja, } y_D = -3\sqrt{3}.$$

Portanto, as coordenadas cartesianas do ponto que representa a torre *D* são $x_D = 3$ e $y_D = -3\sqrt{3}$.



B) Valor:12 pontos.

Observando que a medida do raio do círculo λ é 6, temos que os segmentos *PA, PB, PC* e *PD* tem todos comprimentos iguais a 6. Além disso, considerando

d_{AB} = distância do ponto A ao ponto B,

d_{BC} = distância do ponto B ao ponto C e

d_{AD} = distância do ponto A ao ponto D,

temos

$$d_{AB} = \sqrt{(3-0)^2 + (3\sqrt{3}-0)^2} = 6,$$

$$d_{BC} = \sqrt{(9-3)^2 + (3\sqrt{3}-3\sqrt{3})^2} = 6 \text{ e,}$$

$$d_{AD} = \sqrt{(0-3)^2 + (0+3\sqrt{3})^2} = 6.$$

Assim, os triângulos APD, ABP e BCP são equiláteros de lado 6 e, portanto, possuem todos os ângulos internos iguais a 60º. Logo, os ângulos procurados são

$$D\hat{A}B = D\hat{A}P + P\hat{A}B = 60^o + 60^o = 120^o,$$

$$A\hat{B}C = A\hat{B}P + P\hat{B}C = 60^o + 60^o = 120^o,$$

$$B\hat{C}D = 60^o,$$

$$C\hat{D}A = 60^o.$$